• 수학 영역 •

정 답

1	②	2	⑤	3	①	4	③	5	④
6	①	7	⑤	8	①	9	④	10	②
11	②	12	③	13	④	14	③	15	③
16	⑤	17	⑤	18	④	19	②	20	①
21	②	22	6	23	15	24	126	25	32
26	578	27	153	28	29	29	9	30	91

해 설

1. [출제의도] 근호를 포함한 식의 값을 계산한다.

$\sqrt{20}+\sqrt{5}=2\sqrt{5}+\sqrt{5}$

$=3\sqrt{5}$

2. [출제의도] 일차방정식의 해를 계산한다.

$\frac{x}{2}+7=2x-8$에서 $x+14=4x-16$

$3x=30$

$x=10$

3. [출제의도] 일차함수의 그래프의 평행이동을 이용하여 일차항의 계수를 계산한다.

일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 일차함수의 식은

$y=ax-3$

이 일차함수의 그래프가 점 $(2, 9)$를 지나므로

$y=ax-3$에 $x=2$, $y=9$를 대입하면 $9=2a-3$

$2a=12$

따라서 $a=6$

4. [출제의도] 피타고라스 정리를 이해하여 정사각형의 넓이를 구한다.

직각삼각형 ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$

$=3^2+2^2$

$=13$

따라서 선분 AC를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는

$\overline{AC}^2=13$

5. [출제의도] 줄기와 잎 그림을 이해하여 최빈값을 구한다.

주어진 줄기와 잎 그림에서

34세가 3번,

19세, 25세, 28세가 각각 2번씩,

17세, 18세, 20세, 35세, 41세, 46세가 각각 1번씩 나타난다.

34세가 3번으로 가장 많이 나타나므로

최빈값은 34세이다.

6. [출제의도] 다항식의 곱셈을 이해하여 상수의 값을 구한다.

$(x+a)(x-3)=x^2+(a-3)x-3a$

$=x^2+bx+6$

에서 $a-3=b$, $-3a=6$

$a=-2$이고, 이를 $a-3=b$에 대입하면 $b=-5$

따라서 $ab=(-2)\times(-5)=10$

7. [출제의도] 일차함수와 일차방정식의 관계를 이해하여 교점의 좌표를 구한다.

두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표는 x, y에 대한 연립방정식의 해이다.

$\begin{cases} x-2y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+2\times$㉡에서

$5x=5$

$x=1$이므로 $y=-3$

$a=1$, $b=-3$

따라서 $a+b=1+(-3)=-2$

8. [출제의도] 경우의 수를 이해하여 주어진 사건의 확률을 구한다.

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져 나오는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

나오는 눈의 수를 각각 a, b라 하고 이것을 순서쌍 (a, b)로 나타내면

(ⅰ) a와 b의 차가 2인 경우

$(1, 3)$, $(2, 4)$, $(3, 5)$, $(4, 6)$,

$(3, 1)$, $(4, 2)$, $(5, 3)$, $(6, 4)$의 8가지

(ⅱ) a와 b의 차가 4인 경우

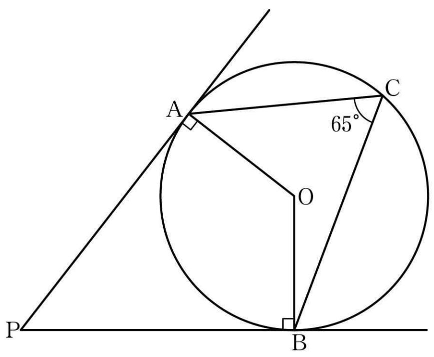
$(1, 5)$, $(2, 6)$, $(5, 1)$, $(6, 2)$의 4가지

(ⅰ), (ⅱ)의 경우는 동시에 일어나지 않으므로 나오는 눈의 수의 차가 2 또는 4인 경우의 수는

$8+4=12$

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

9. [출제의도] 원과 접선의 성질을 이해하여 각의 크기를 구한다.



원의 중심을 O라 하자. 직선 PA와 직선 PB가 원의 접선이므로 $\angle PAO=\angle OBP=90^\circ$

호 AB에 대한 중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이므로

$\angle AOB=2\times\angle ACB=2\times65^\circ$

$=130^\circ$

사각형 APBO의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle BPA+\angle PAO+\angle AOB+\angle OBP=360^\circ$

$\angle BPA+90^\circ+130^\circ+90^\circ=360^\circ$

$\angle BPA=360^\circ-90^\circ-130^\circ-90^\circ$

$=50^\circ$

10. [출제의도] 이차방정식의 근을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 값을 추론한다.

$(x-a)^2=27$

$x-a=\pm\sqrt{27}$

$x=a\pm\sqrt{27}$

두 근이 모두 양수이기 위해서는

$a+\sqrt{27}>0$이고 $a-\sqrt{27}>0$이어야 하므로

$a>\sqrt{27}$

$\sqrt{25}<\sqrt{27}<\sqrt{36}$이므로

$5<\sqrt{27}<6$

따라서 구하는 자연수 a의 최솟값은 6

11. [출제의도] 도수분포표와 유한소수의 성질을 이해하여 도수를 구한다.

도수의 총합이 45이므로 $7+11+a+10+b=45$

$a+b=17$ ⋯⋯ ㉠

독서 시간이 10시간 이상 15시간 미만인 계급의 상대도수는 $\frac{a}{45}$이고, 상대도수가 0이 아니므로 $a>0$

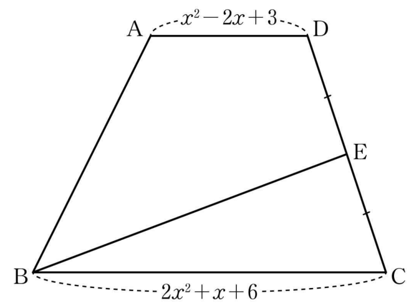
45를 소인수분해하면 $45=3^2\times5$

$\frac{a}{45}=\frac{a}{3^2\times5}$가 유한소수이기 위해서는 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로 a는 9의 배수이다. ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $a=9$, $b=8$

따라서 $2a+b=2\times9+8=26$

12. [출제의도] 다항식의 연산을 이해하여 사각형의 넓이를 구한다.



사각형 ABED의 넓이는 두 삼각형 ABD, BED의 넓이의 합과 같다.

삼각형 ABD에서 밑변을 선분 AD라 하면 높이가 4이므로

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times4=\frac{1}{2}\times(x^2-2x+3)\times4$

$=2x^2-4x+6$ ⋯⋯ ㉠

$\overline{DE}=\overline{CE}$이므로 $\triangle BED=\triangle BCE$

$\triangle BCD=\triangle BED+\triangle BCE=2\times\triangle BED$

삼각형 BCD에서 밑변을 선분 BC라 하면 높이가 4이므로

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times4=\frac{1}{2}\times(2x^2+x+6)\times4$

$=4x^2+2x+12$ ⋯⋯ ㉡

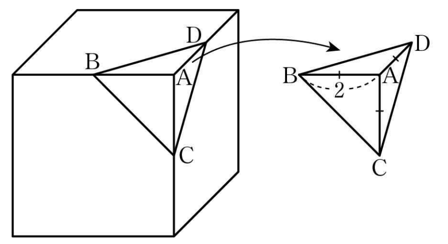
㉠, ㉡에서

$\square ABED=\triangle ABD+\triangle BED$

$=(2x^2-4x+6)+\frac{1}{2}(4x^2+2x+12)$

$=4x^2-3x+12$

13. [출제의도] 입체도형을 이해하여 주어진 입체도형의 부피를 구한다.



한 모서리의 길이가 4인 정육면체의 부피는 $4^3=64$

네 점 A, B, C, D를 꼭짓점으로 하는 사면체는

$\overline{AB}=\overline{AD}=2$인 직각삼각형 ABD를 밑면으로 하고 높이가 2인 삼각뿔이다.

잘라 낸 사면체의 부피는 $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times2\times2\right)\times2=\frac{4}{3}$

따라서 구하는 입체도형의 부피는

$64-\frac{4}{3}=\frac{188}{3}$

14. [출제의도] 대푯값과 산포도를 이해하여 평균과 분산을 구한다.

과수원 B의 사과 6개의 당도의 평균은

$\frac{11+9+12+9+a+(a+1)}{6}=\frac{42+2a}{6}$

이고, 과수원 A의 사과 6개의 당도의 평균 11과 같으므로

$\frac{42+2a}{6}=11$, $a=12$

과수원 B의 사과 6개 각각의 당도는

11, 9, 12, 9, 12, 13

이 자료의 편차는 차례로

0, -2, 1, -2, 1, 2

(분산)$=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$이므로

과수원 B의 사과 6개의 당도의 분산은

$\frac{0^2+(-2)^2+1^2+(-2)^2+1^2+2^2}{6}=\frac{14}{6}=\frac{7}{3}$

$b=\frac{7}{3}$

따라서 $a+b=12+\frac{7}{3}=\frac{43}{3}$

15. [출제의도] 일차부등식을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.

온라인 서점 A에서 x권 주문할 때 지불하는 금액은

$12000x\times\left(1-\frac{5}{100}\right)$

온라인 서점 B에서 x권 주문할 때 지불하는 금액은

$12000x\times\left(1-\frac{10}{100}\right)+4000$

온라인 서점 A에 지불하는 금액이 온라인 서점 B에 지불하는 금액보다 커야 하므로

$12000x\times\left(1-\frac{5}{100}\right)>12000x\times\left(1-\frac{10}{100}\right)+4000$

이 부등식을 풀면

$3x\times\left(1-\frac{5}{100}\right)>3x\times\left(1-\frac{10}{100}\right)+1$

$3x\times\frac{95}{100}-3x\times\frac{90}{100}>1$

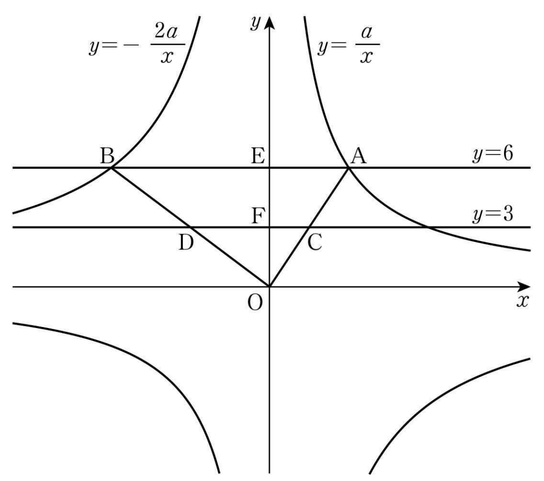
$3x\times\frac{5}{100}>1,\ \frac{3}{20}x>1$

$x>\frac{20}{3}$

$6<\frac{20}{3}<7$이므로 x가 7 이상이면 온라인 서점 A에서 주문할 때 지불하는 금액이 온라인 서점 B에서 주문할 때 지불하는 금액보다 더 크다.

따라서 x의 최솟값은 7

16. [출제의도] 삼각형의 닮음의 성질을 이해하여 상수의 값을 구한다.



두 직선 $y=6$, $y=3$이 y축과 만나는 점을 각각 E, F라 하자.

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프와 직선 $y=6$이 만나는 점 A의 좌표가 $\left(\frac{a}{6},6\right)$이므로 $\overline{EA}=\frac{a}{6}$

반비례 관계 $y=-\frac{2a}{x}$의 그래프와 직선 $y=6$이 만나는 점 B의 좌표가 $\left(-\frac{a}{3},6\right)$이므로 $\overline{BE}=\frac{a}{3}$

그러므로 $\overline{BA}=\overline{BE}+\overline{EA}=\frac{a}{3}+\frac{a}{6}=\frac{a}{2}$

삼각형 DOC와 삼각형 BOA에서

각 COD는 공통이고, 두 직선 $y=3$, $y=6$이 서로 평행하므로 $\angle DCO=\angle BAO$

그러므로 두 삼각형은 서로 닮음이다.

평행선 사이의 선분의 길이의 비에서

$\overline{OF}:\overline{OE}=\overline{OC}:\overline{OA}=1:2$

이므로 삼각형 DOC와 삼각형 BOA의 닮음비는 $1:2$이고, 두 삼각형의 넓이의 비는 $1:4$이다.

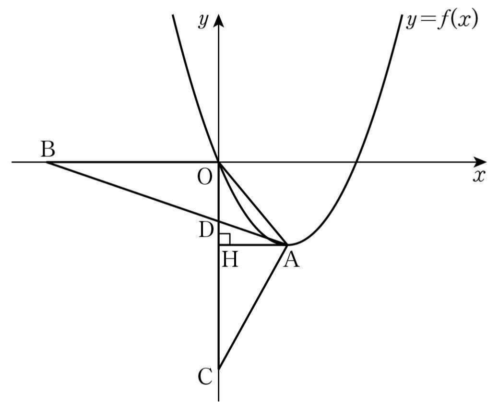
$\square ABDC=\triangle BOA-\triangle DOC=\triangle BOA-\frac{1}{4}\times\triangle BOA$

$=\frac{3}{4}\times\triangle BOA=\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{OE}\right)$

그러므로 $27=\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{a}{2}\times6\right)$

따라서 $a=24$

17. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이해하여 함숫값을 구한다.



점 A에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하자.

삼각형 OCA에서 밑변을 선분 OC라 하면 높이가 $\overline{AH}$이므로

$\triangle OCA=\frac{1}{2}\times\overline{OC}\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times6\times\overline{AH}$

$=3\overline{AH}$

삼각형 OCA의 넓이가 6이므로 $\overline{AH}=2$

점 A는 제4사분면 위의 점이므로

점 A의 x좌표는 2 ……㉠

$\overline{OD}=a\ (0<a<6)$이라 하면

$\overline{DC}=6-a$

삼각형 OBD에서 밑변을 선분 OB라 하면 높이가 $\overline{OD}$이므로

$\triangle OBD=\frac{1}{2}\times\overline{OB}\times\overline{OD}=\frac{1}{2}\times5\times a$

$=\frac{5}{2}a$

삼각형 DCA에서 밑변을 선분 DC라 하면 높이가 $\overline{AH}$이므로

$\triangle DCA=\frac{1}{2}\times\overline{DC}\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times(6-a)\times2$

$=6-a$

$\triangle OBD=\triangle DCA$에서

$\frac{5}{2}a=6-a,\ a=\frac{12}{7}$

$\angle ODB=\angle HDA$ (맞꼭지각), $\angle BOD=\angle AHD$이므로 삼각형 OBD와 삼각형 HAD는 서로 닮음이다.

즉, $\overline{BO}:\overline{AH}=\overline{OD}:\overline{HD}$이므로 $5:2=\frac{12}{7}:\overline{HD}$

$\overline{HD}=\frac{1}{5}\times2\times\frac{12}{7}=\frac{24}{35}$

$\overline{OH}=\overline{OD}+\overline{HD}=\frac{12}{7}+\frac{24}{35}$

$=\frac{12}{5}$

점 A는 제4사분면 위의 점이므로

점 A의 y좌표는 $-\frac{12}{5}$ ……㉡

㉠, ㉡에서 점 A의 좌표는 $\left(2,-\frac{12}{5}\right)$이고, 이 점은 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점이므로

$f(x)=p(x-2)^2-\frac{12}{5}$ (p는 상수)

이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점 O를 지나므로

$f(0)=p(0-2)^2-\frac{12}{5}$

$=4p-\frac{12}{5}=0$

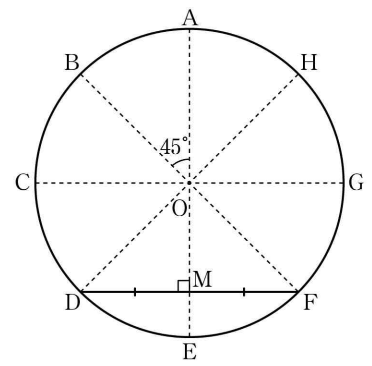
$p=\frac{3}{5}$에서 $f(x)=\frac{3}{5}(x-2)^2-\frac{12}{5}$

따라서

$f(10)=\frac{3}{5}(10-2)^2-\frac{12}{5}$

$=36$

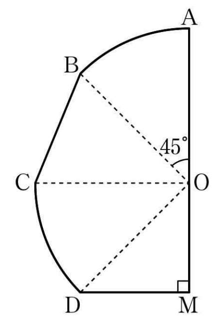
18. [출제의도] 평면도형의 성질과 삼각비를 이용하여 실생활 문제를 해결한다.



점 A, B, C, D, E, F, G, H는 원의 둘레를 8등분하는 점이고, 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 그림의 8개의 부채꼴의 중심각의 크기는 모두 45°이다.

원의 중심을 O라 하고, 선분 DF의 중점을 M이라 하면 직선 OM은 선분 DF를 수직이등분한다.

한편 모양의 도형의 넓이는 모양의 도형의 넓이의 2배와 같다.



부채꼴 AOB의 넓이를 S라 하면

(모양의 도형의 넓이)$=2S+\triangle OBC+\triangle ODM$

$S=\pi\times4^2\times\frac{45}{360}=2\pi\,(\text{cm}^2)$

$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin45^{\circ}=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=4\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

직각삼각형 ODM에서 $\frac{\overline{DM}}{4}=\sin45^{\circ}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\overline{DM}=2\sqrt{2}$

$\triangle ODM=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=4\,(\text{cm}^2)$

(모양의 도형의 넓이)

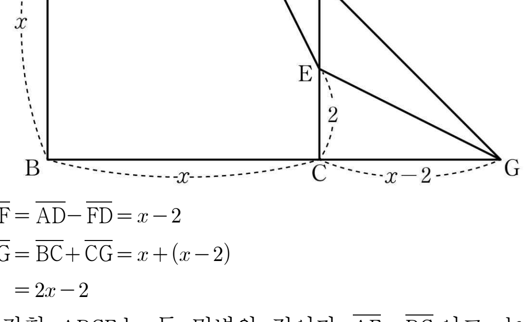
$=$(모양의 도형의 넓이)$\times2$

$=(2\times2\pi+4\sqrt{2}+4)\times2$

$=8\pi+8\sqrt{2}+8\,(\text{cm}^2)$

따라서 $a=8+8\pi+8\sqrt{2}$

19. [출제의도] 삼각형의 합동을 이용하여 이차방정식의 해를 구하는 문제를 해결한다.



$\overline{AF}=\overline{AD}-\overline{FD}=x-2$

$\overline{BG}=\overline{BC}+\overline{CG}=x+(x-2)$

$=2x-2$

사각형 ABGF는 두 밑변의 길이가 $\overline{AF}$, $\overline{BG}$이고, 높

이가 x인 사다리꼴이므로

$\square \mathrm{ABGF}=\frac{1}{2}\times\{(x-2)+(2x-2)\}\times x=\frac{1}{2}\times(3x-4)\times x$

$=\frac{3}{2}x^2-2x$ ……㉠

$\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{CG}}=x-2$, $\overline{\mathrm{FD}}=\overline{\mathrm{EC}}=2$이고

$\angle\mathrm{FDE}=\angle\mathrm{ECG}=90^\circ$이므로 삼각형 FDE와 삼각형 ECG는 서로 합동이다.

오각형 ABCEF의 넓이를 S라 하면

$\square\mathrm{ABGF}=S+\triangle\mathrm{ECG}+\triangle\mathrm{EGF}=S+\triangle\mathrm{FDE}+\triangle\mathrm{EGF}$

$=\square\mathrm{ABCD}+\triangle\mathrm{EGF}$

$=x^2+7$ ……㉡

㉠, ㉡에서

$\frac{3}{2}x^2-2x=x^2+7$

$\frac{1}{2}x^2-2x-7=0$

$x^2-4x-14=0$

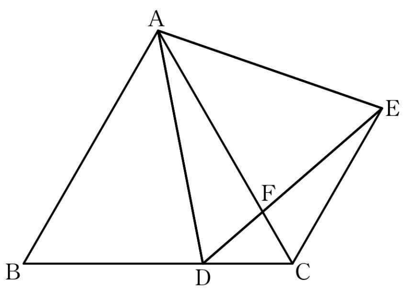
근의 공식에 의하여

$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-14)}}{2\times1}=\frac{4\pm\sqrt{72}}{2}$

$=2\pm3\sqrt{2}$

$x>4$이므로 $x=2+3\sqrt{2}$

20. [출제의도] 도형의 닮음을 이용하여 주어진 선분의 길이를 구하는 과정을 추론한다.



두 정삼각형 ABC, ADE에서 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AE}}$이고,

$\angle\mathrm{BAD}=60^\circ-\angle\mathrm{DAC}=\angle\mathrm{CAE}$이므로 삼각형 ABD와 삼각형 ACE는 서로 합동이다.

그러므로 $\angle\mathrm{DBA}=\angle\mathrm{ECA}$, $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{CE}}$이고,

$\angle\mathrm{DBA}=60^\circ$, $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{DC}}=12-4=8$이므로

$\angle\mathrm{ECA}=60^\circ$, $\overline{\mathrm{CE}}=\boxed{8}$

한편 각 AFD와 각 CFE는 서로 맞꼭지각이고,

$\angle\mathrm{FDA}=\angle\mathrm{ECF}$이므로

$\angle\mathrm{DAF}=\angle\mathrm{FEC}$

또한 $\angle\mathrm{ACD}=\angle\mathrm{ECF}$이므로 삼각형 ACD와 삼각형 ECF는 서로 닮은 도형이고,

삼각형 ACD와 삼각형 ECF의 닮음비는

$\overline{\mathrm{AC}}:\overline{\mathrm{EC}}=12:8=\boxed{3}:2$이다.

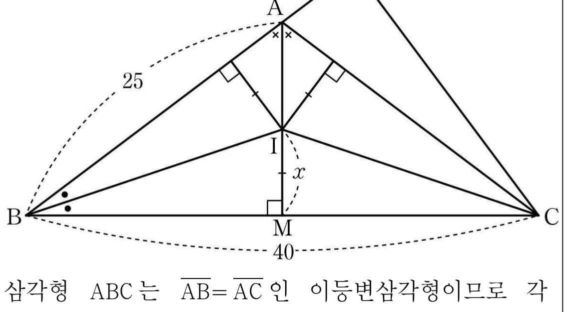
따라서

$\overline{\mathrm{CD}}:\overline{\mathrm{CF}}=3:2$, $\overline{\mathrm{CD}}=4$에서 $3\overline{\mathrm{CF}}=4\times2$, $\overline{\mathrm{CF}}=\boxed{\frac{8}{3}}$

따라서 $p=8$, $q=3$, $r=\frac{8}{3}$에서

$p+q+r=\frac{41}{3}$

21. [출제의도] 삼각형의 내심의 성질과 제곱근을 이용하여 선분의 길이를 구하는 문제를 해결한다.



삼각형 ABC는 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$인 이등변삼각형이므로 각 BAC의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다. 각 BAC의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 M이라 하면

$\overline{\mathrm{BM}}=\overline{\mathrm{CM}}=20$, $\angle\mathrm{AMB}=90^\circ$

직각삼각형 ABM에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{AB}}^2=\overline{\mathrm{BM}}^2+\overline{\mathrm{AM}}^2$, $25^2=20^2+\overline{\mathrm{AM}}^2$

$\overline{\mathrm{AM}}^2=225$, $\overline{\mathrm{AM}}=15$

점 I는 삼각형 ABC의 내심이므로 선분 AM 위에 있다.

두 삼각형 ABM, CBD에서 각 MBA는 공통이고 $\angle\mathrm{AMB}=\angle\mathrm{CDB}=90^\circ$이므로 삼각형 ABM과 삼각형 CBD는 서로 닮음이다.

그러므로 $\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{CB}}=\overline{\mathrm{BM}}:\overline{\mathrm{BD}}$에서 $25:40=20:\overline{\mathrm{BD}}$

$\overline{\mathrm{BD}}=\frac{40\times20}{25}=32$

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BD}}-\overline{\mathrm{BA}}=32-25=7$

마찬가지로 $\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{CB}}=\overline{\mathrm{AM}}:\overline{\mathrm{CD}}$에서 $25:40=15:\overline{\mathrm{CD}}$

$\overline{\mathrm{CD}}=\frac{40\times15}{25}=24$

삼각형 ABC의 내접원의 반지름의 길이를 x라 하면 점 I가 삼각형 ABC의 내심이므로 점 I에서 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA에 이르는 거리가 x로 모두 같다.

세 삼각형 ABI, BCI, CAI의 밑변을 각각 선분 AB, 선분 BC, 선분 CA라 하면 높이는 모두 x이므로

$\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{ABI}+\triangle\mathrm{BCI}+\triangle\mathrm{CAI}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}\times x+\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BC}}\times x+\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{CA}}\times x$

$=\frac{1}{2}\times(25+40+25)\times x$

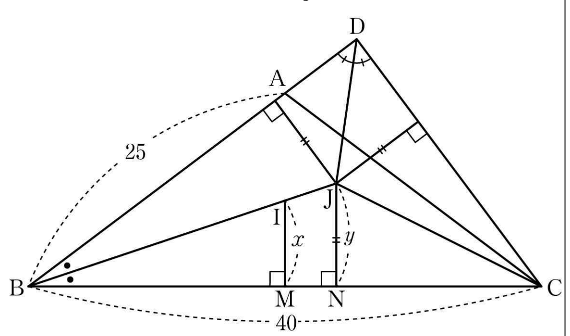
$=45x$

삼각형 ABC에서 밑변을 선분 BC라 하면 높이가 $\overline{\mathrm{AM}}$이므로

$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{AM}}$

$=\frac{1}{2}\times40\times15=300$

그러므로 $45x=300$에서 $x=\frac{20}{3}$



삼각형 DBC의 내접원의 반지름의 길이를 y라 하면 점 J가 삼각형 DBC의 내심이므로 점 J에서 삼각형 DBC의 세 변 DB, BC, CD에 이르는 거리가 y로 모두 같다.

세 삼각형 DBJ, BCJ, CDJ의 밑변을 각각 선분 DB, 선분 BC, 선분 CD라 하면 높이는 모두 y이므로

$\triangle\mathrm{DBC}=\triangle\mathrm{DBJ}+\triangle\mathrm{BCJ}+\triangle\mathrm{CDJ}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{DB}}\times y+\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BC}}\times y+\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{CD}}\times y$

$=\frac{1}{2}\times(32+40+24)\times y$

$=48y$

삼각형 DBC에서 밑변을 선분 BD라 하면 높이가 $\overline{\mathrm{CD}}$이므로

$\triangle\mathrm{DBC}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BD}}\times\overline{\mathrm{CD}}$

$=\frac{1}{2}\times32\times24=384$

그러므로 $48y=384$에서 $y=8$

직각삼각형 IBM에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{IB}}^2=\overline{\mathrm{BM}}^2+\overline{\mathrm{IM}}^2$

$=20^2+\left(\frac{20}{3}\right)^2=\frac{4000}{9}$

$\overline{\mathrm{IB}}=\frac{20\sqrt{10}}{3}$

점 J에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 N이라 하자.

두 삼각형 IBM, JBN에서 각 MBI는 공통이고,

$\angle\mathrm{IMB}=\angle\mathrm{JNB}=90^\circ$이므로 삼각형 IBM과 삼각형 JBN은 서로 닮음이고, 그 닮음비는

$x:y=\frac{20}{3}:8=5:6$

$\overline{\mathrm{JB}}=\frac{6}{5}\overline{\mathrm{IB}}$이므로

$\overline{\mathrm{IJ}}=\overline{\mathrm{JB}}-\overline{\mathrm{IB}}=\frac{6}{5}\overline{\mathrm{IB}}-\overline{\mathrm{IB}}=\frac{1}{5}\overline{\mathrm{IB}}=\frac{1}{5}\times\frac{20\sqrt{10}}{3}$

따라서 $\overline{\mathrm{IJ}}=\frac{4\sqrt{10}}{3}$

22. [출제의도] 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하여 주어진 식의 값을 계산한다.

$y=x^2-2x+6=(x^2-2x+1)+5$

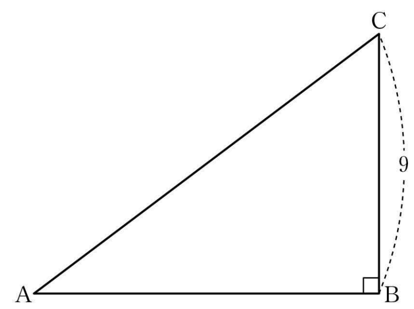
$=(x-1)^2+5$

이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,5)$

$a=1$, $b=5$

따라서 $a+b=6$

23. [출제의도] 삼각비를 이용하여 선분의 길이를 계산한다.



$\angle\mathrm{B}=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서

$\sin A=\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\frac{9}{\overline{\mathrm{AC}}}=\frac{3}{5}$

따라서 $\overline{\mathrm{AC}}=15$

24. [출제의도] 소인수분해를 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 값을 추론한다.

1265를 소인수분해하면 $1265=5\times11\times23$

$m\times n=5\times11\times23$

m이 두 자리의 수이므로 가능한 m의 값은

11, 23, 55

(ⅰ) $m=11$이면 $n=5\times23=115$이므로 n이 세 자리의 수가 되어 조건을 만족시킨다.

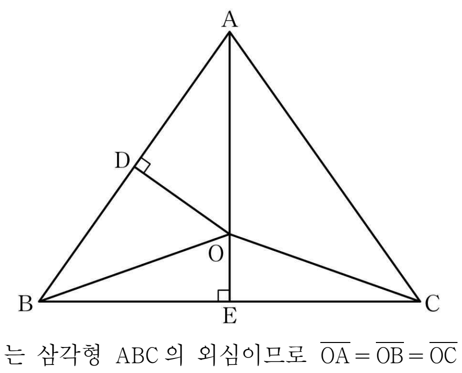
(ⅱ) $m=23$이면 $n=5\times11=55$이므로 n이 두 자리의 수가 되어 조건을 만족시키지 않는다.

(ⅲ) $m=55$이면 $n=23$이므로 n이 두 자리의 수가 되어 조건을 만족시키지 않는다.

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 조건을 만족시키는 두 자연수 m, n의 값은 $m=11$, $n=115$

따라서 $m+n=11+115=126$

25. [출제의도] 삼각형의 외심의 성질을 이해하여 주어진 삼각형의 넓이를 구한다.



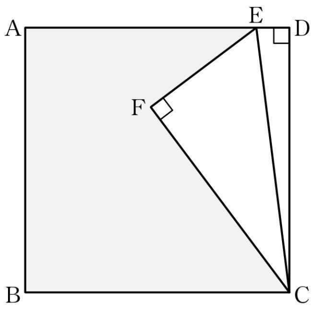
점 O는 삼각형 ABC의 외심이므로 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OC}}$

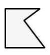
삼각형 OAB는 이등변삼각형이고, 점 O에서 선분 AB에 내린 수선의 발이 점 D이므로

직선 OD는 선분 AB를 수직이등분한다.

$\overline{AD}=\overline{BD}$ 이므로
$\triangle BDO=\triangle ADO=6$ 이 되어
$\triangle ABO=\triangle BDO+\triangle ADO=12$
두 삼각형 ABO, ACO에서
$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{OB}=\overline{OC}$ 이고, 선분 OA는 공통이므로
삼각형 ABO와 삼각형 ACO는 서로 합동이 되어
$\triangle ABO=\triangle ACO=12$
$\overline{AO}=3\overline{OE}$ 이므로
$\triangle ABO=3\times\triangle OBE=12$, $\triangle OBE=4$
$\triangle ACO=3\times\triangle OCE=12$, $\triangle OCE=4$
따라서
$\triangle ABC=\triangle ABO+\triangle ACO+\triangle OBE+\triangle OCE$
$=12+12+4+4$
$=32$

26. [출제의도] 제곱근의 성질과 피타고라스 정리를 이해하여 주어진 도형의 둘레의 길이를 구한다.

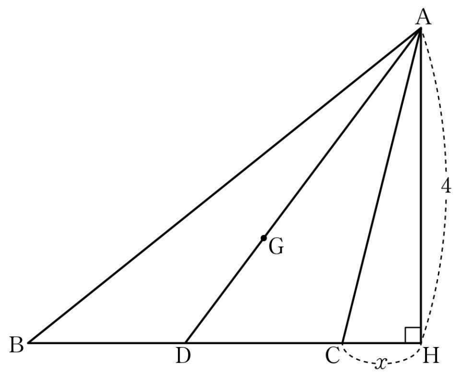


$\overline{DE}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로
$\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=4\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$ ⋯⋯ ㉠
직각삼각형 ECD에서 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{EC}^2=\overline{ED}^2+\overline{DC}^2=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+(4\sqrt{2})^2$
$=\dfrac{65}{2}$
직각삼각형 FCE에서 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{EC}^2=\overline{EF}^2+\overline{FC}^2$
$\overline{EF}:\overline{FC}=4:7$ 에서 $\overline{EF}=\dfrac{4}{7}\overline{FC}$ 이므로
$\overline{EC}^2=\left(\dfrac{4}{7}\overline{FC}\right)^2+\overline{FC}^2$
$=\dfrac{65}{49}\times\overline{FC}^2$
$\dfrac{65}{49}\times\overline{FC}^2=\dfrac{65}{2}$ 에서 $\overline{FC}^2=\dfrac{49}{2}$
$\overline{FC}=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$ 이고 $\overline{EF}=\dfrac{4}{7}\overline{FC}=2\sqrt{2}$ ⋯⋯ ㉡
정사각형 ABCD에서
$\overline{AB}=\overline{BC}=4\sqrt{2}$ ⋯⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서
 모양의 도형의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CF}+\overline{FE}+\overline{EA}$
$=4\sqrt{2}+4\sqrt{2}+\dfrac{7\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{2}+\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$
$=17\sqrt{2}$
$a=17\sqrt{2}$
따라서 $a^2=578$

27. [출제의도] 유리수의 연산을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 값을 추론한다.

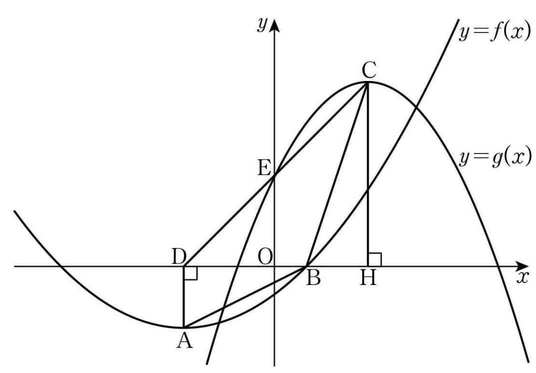
네 수 중 서로 다른 두 수를 곱하여 나올 수 있는 값으로 가장 큰 수는 양수이다. 곱하여 양수가 되는 두 수는 모두 양수이거나 모두 음수이므로 a의 값은
$\dfrac{6}{5}\times\dfrac{2}{9}=\dfrac{4}{15}$ 와 $\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times\left(-\dfrac{3}{4}\right)=\dfrac{3}{8}$ 중 하나이다.
$\dfrac{4}{15}=\dfrac{32}{120}$, $\dfrac{3}{8}=\dfrac{45}{120}$ 에서 $\dfrac{4}{15}<\dfrac{3}{8}$ 이므로 $a=\dfrac{3}{8}$
네 수 중 서로 다른 두 수를 곱하여 나올 수 있는 값으로 가장 작은 수는 음수이다. 곱하여 음수가 되게 하는 두 수는 양수 하나와 음수 하나이다.
주어진 네 수를 절댓값이 큰 수부터 차례로 나열하면
$\dfrac{6}{5}$, $-\dfrac{3}{4}$, $-\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{2}{9}$
음수는 절댓값이 클수록 수가 작아지므로 두 양수 중 절댓값이 큰 수인 $\dfrac{6}{5}$과 두 음수 중 절댓값이 큰 수인 $-\dfrac{3}{4}$의 곱이 b가 된다.
$b=\dfrac{6}{5}\times\left(-\dfrac{3}{4}\right)=-\dfrac{9}{10}$
$a-b=\dfrac{3}{8}-\left(-\dfrac{9}{10}\right)=\dfrac{15+36}{40}$
$=\dfrac{51}{40}$
따라서 $120(a-b)=153$

28. [출제의도] 삼각형의 무게중심을 이용하여 선분의 길이와 삼각비의 값을 구하는 문제를 해결한다.



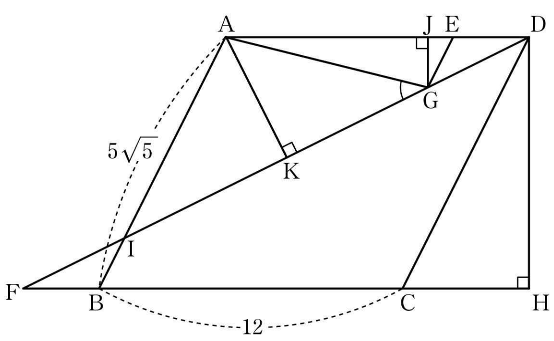
점 G가 삼각형 ABC의 무게중심이므로 점 D는 선분 BC의 중점이다.
그러므로 $\overline{BD}=\overline{DC}=2$
점 A에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자.
$\triangle ADC=\dfrac{1}{2}\times\overline{DC}\times\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\times2\times\overline{AH}$
$=4$
$\overline{AH}=4$
$\overline{CH}=x$라 하면 $\overline{BH}=x+4$
직각삼각형 ABH에서 피타고라스 정리에 의하여
$\sqrt{41}^2=(x+4)^2+4^2$, $(x+4)^2=25$
$x>0$ 이므로 $x=1$, 즉 $\overline{CH}=1$
직각삼각형 ADH에서 $\overline{AD}^2=\overline{DH}^2+\overline{AH}^2$
$\overline{AD}^2=3^2+4^2=25$
$\overline{AD}=5$
점 G가 삼각형 ABC의 무게중심이므로
$\overline{AG}:\overline{DG}=2:1$
$\overline{DG}=\dfrac{1}{3}\times\overline{AD}=\dfrac{5}{3}$
$\tan(\angle CDA)=\tan(\angle HDA)$
$=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{DH}}=\dfrac{4}{3}$
$\overline{DG}\times\tan(\angle CDA)=\dfrac{5}{3}\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{20}{9}$
$p=9$, $q=20$
따라서 $p+q=29$

29. [출제의도] 이차함수의 그래프의 성질을 이용하여 함숫값을 구하는 문제를 해결한다.



점 D는 점 A에서 x축에 내린 수선의 발이므로 점 D의 좌표는 $(-3,\ 0)$
$\overline{DB}=\overline{DO}+\overline{OB}=3+1=4$
삼각형 DAB에서 밑변을 선분 DB라 하면 높이가 $\overline{DA}$ 이므로
$\triangle DAB=\dfrac{1}{2}\times\overline{DB}\times\overline{DA}=\dfrac{1}{2}\times4\times a$
$=2a$
삼각형 CDB에서 밑변을 선분 DB라 하면 높이가 $3a$ 이므로
$\triangle CDB=\dfrac{1}{2}\times\overline{DB}\times3a=\dfrac{1}{2}\times4\times3a$
$=6a$
$\square ABCD=\triangle DAB+\triangle CDB=2a+6a$
$=8a$
$\square ABCD=16$ 이므로
$a=2$
점 A의 좌표는 $(-3,\ -2)$ 이고 점 C의 좌표는 $(3,\ 6)$
이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점이 점 A이므로
$f(x)=p(x+3)^2-2$ (p는 상수)
이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 점 $B(1,\ 0)$을 지나므로
$f(1)=p(1+3)^2-2=16p-2=0$
$p=\dfrac{1}{8}$
$f(x)=\dfrac{1}{8}(x+3)^2-2$
$f(-1)=\dfrac{1}{8}(-1+3)^2-2$
$=-\dfrac{3}{2}$ ⋯⋯ ㉠
선분 CD가 y축과 만나는 점을 E라 하고, 점 C에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하자.
두 삼각형 EDO, CDH에서 각 ODE는 공통이고, $\angle EOD=\angle CHD=90^\circ$ 이므로 삼각형 EDO와 삼각형 CDH는 서로 닮음이다.
$\overline{DO}:\overline{DH}=\overline{EO}:\overline{CH}$ 에서 $3:6=\overline{EO}:6$
$\overline{EO}=3$
점 E의 좌표는 $(0,\ 3)$
이차함수 $y=g(x)$의 그래프의 꼭짓점이 점 C이므로
$g(x)=q(x-3)^2+6$ (q는 상수)
이차함수 $y=g(x)$의 그래프가 점 $E(0,\ 3)$을 지나므로
$g(0)=q(0-3)^2+6$
$=9q+6=3$
$q=-\dfrac{1}{3}$
$g(x)=-\dfrac{1}{3}(x-3)^2+6$
$g(-3)=-\dfrac{1}{3}(-3-3)^2+6$
$=-6$ ⋯⋯ ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서
$f(-1)\times g(-3)=\left(-\dfrac{3}{2}\right)\times(-6)$
$=9$

30. [출제의도] 삼각형의 닮음과 피타고라스 정리를 이용하여 삼각비의 값을 구하는 문제를 해결한다.



점 D에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\square ABCD=\overline{BC}\times\overline{DH}=12\times\overline{DH}$
$=120$