

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $(\sqrt[3]{4})^2 \times 2^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

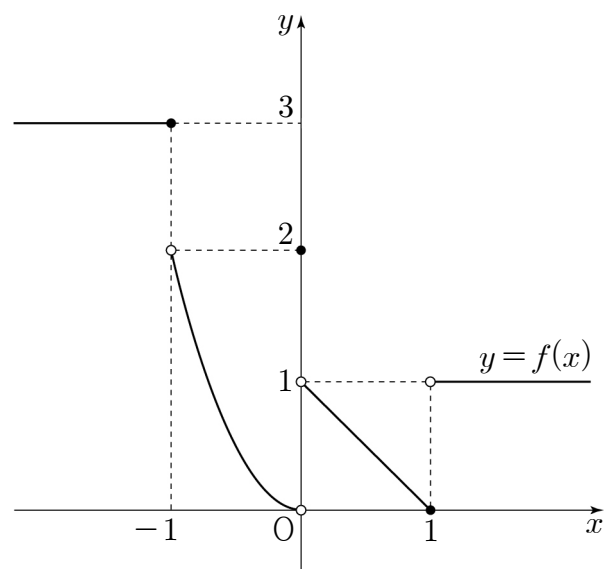
2. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 4} = 3$ 을 만족시킬 때, $f'(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

3. 함수 $y = \cos \frac{\pi}{4}x$ 의 주기는? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x)$ 가 $x > \frac{1}{2}$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{3}{2x+1} < f(x) < \frac{3}{2x-1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} xf(x)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

6. 첫째항이 양수이고 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 \times a_4 = 72$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-a & (x \leq 2) \\ x^2+bx+a & (x > 2) \end{cases}$$

가 $x=2$ 에서 미분가능할 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.)
[3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$S_n = \frac{1}{n+1}$ 일 때, $a_1 + a_5$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

9. $0 < a < 5$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \log_2(x+a) + 1$ 은 닫힌구간 $[a, 5]$ 에서 최솟값 3을 갖는다. $f(a+4)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $2 + \log_2 5$ ③ $3 + \log_2 3$
 ④ $2 + \log_2 7$ ⑤ 5

10. 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + 2a_4 = 0, \quad \sum_{k=1}^5 a_k = 33$$

일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 40 ② 44 ③ 48 ④ 52 ⑤ 56

11. $\cos\left(\frac{3}{2}\pi - \theta\right) \times \tan \theta = \frac{8}{3}$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n} = \sum_{k=1}^{2n-1} (k - a_k)$$

를 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 45 ② 48 ③ 51 ④ 54 ⑤ 57

13. 좌표평면에서 직선 $y = x + 1$ 위의 x 좌표가 양수인 점 P에 대하여 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 $\theta (0 < \theta < 2\pi)$ 라 하자. 각의 크기 θ 를 나타내는 동경과 각의 크기 7θ 를 나타내는 동경이 일치할 때, 점 P의 x 좌표는?
(단, O는 원점이고, x 축의 양의 방향을 시초선으로 한다.) [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ② $\frac{2\sqrt{3}-1}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 ④ $\frac{2\sqrt{3}+1}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

(가) $x \geq -\frac{1}{2}$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$(\sqrt{2x+1}-1) \times f(x) = x^2 + ax + b$$
 이다. (단, a 와 b 는 상수이다.)
 (나) $f(4) = 2$

- ① -7 ② -3 ③ 1 ④ 5 ⑤ 9

15. 자연수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 $\sin \frac{n}{5}\pi$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의

개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{10} f(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

16. 1보다 크고 100보다 작은 두 자연수 m, n 이

$$\log_n 4 \times \left(\frac{4}{\log_m 2} + \log_2 n \right) = 8$$

을 만족시킬 때, $m+n$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 96 ② 100 ③ 104 ④ 108 ⑤ 112

17. $a > \pi$ 인 실수 a 에 대하여 함수

$$f(x) = \cos^2 x - \sin x - 1$$

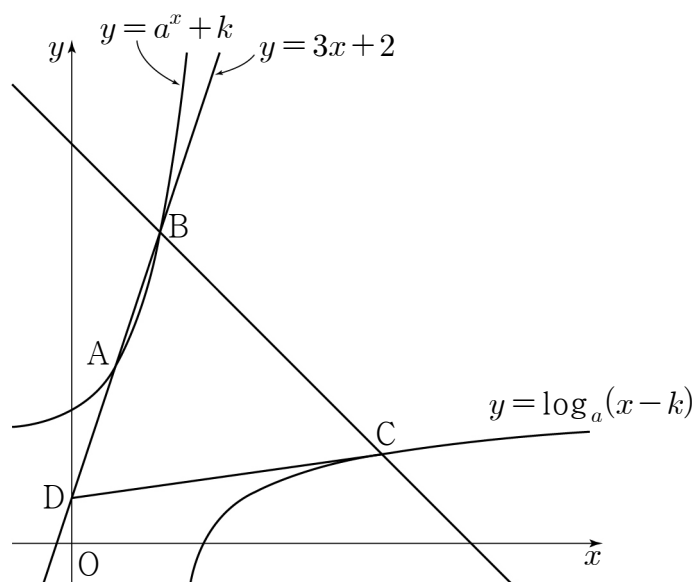
이 구간 $(\pi, a]$ 에서 최솟값을 갖도록 하는 a 의 최솟값을 p 라 하자.
구간 $(\pi, p]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값을 M 이라 할 때,
 $p \times M$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{8}\pi$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{5}{8}\pi$ ④ $\frac{3}{4}\pi$ ⑤ $\frac{7}{8}\pi$

18. 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 a, k 에 대하여

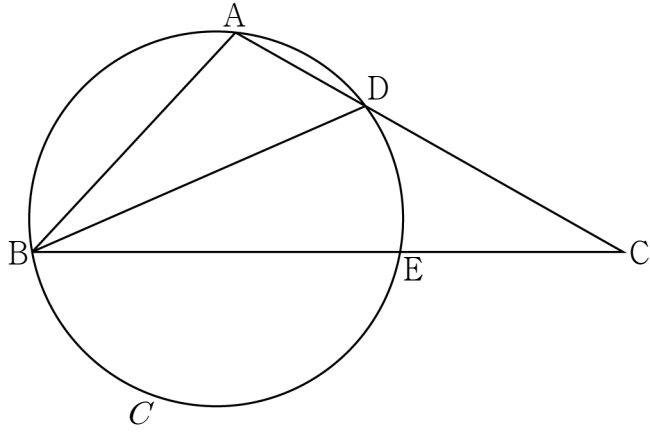
곡선 $y = a^x + k$ 와 직선 $y = 3x + 2$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 점 B를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = \log_a(x - k)$ 와 만나는 점을 C, 직선 $y = 3x + 2$ 가 y 축과 만나는 점을 D라 하자. $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이고 $\overline{BC} = \overline{CD}$ 일 때, $a \times k$ 의 값은? (단, 점 B의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 크다.)

[4점]



- ① $4\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{3}$ ③ 12 ④ $7\sqrt{5}$ ⑤ $8\sqrt{6}$

19. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$ 인 삼각형 ABC가 있다.
 선분 AC 위의 점 D에 대하여 세 점 A, B, D를 지나는 원을 C라
 하고, 원 C가 선분 BC와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 E라 하자.
 점 B를 포함하지 않는 두 호 AD, DE의 길이가 같고
 $\overline{BD}=\sqrt{6}$ 일 때, 원 C의 넓이는? (단, $\overline{AC}<\overline{BC}$ 이고, 점 D는
 점 A도 아니고 점 C도 아니다.) [4점]



- ① $\frac{6}{5}\pi$ ② $\frac{7}{5}\pi$ ③ $\frac{8}{5}\pi$ ④ $\frac{9}{5}\pi$ ⑤ 2π

20. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x)=\begin{cases} (x-1)(x-a) & (x < 1) \\ 0 & (1 \leq x < 2) \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

라 하자. 양의 실수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 0에서
 t 까지 변할 때의 평균변화율을 $g(t)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은
 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a=1$ 일 때, $g(1)=-1$ 이다.
 ㄴ. 함수 $g(t)$ 의 최댓값이 1일 때, $g(2)=\frac{1}{2}$ 이다.
 ㄷ. $g(k)=g(k+1)=g(k+2)$ 를 만족시키는 $0 < k < 2$ 인
 실수 k 가 존재할 때, 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와
 직선 $y=-\frac{3}{2}$ 은 서로 다른 두 점에서 만난다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

21. 첫째항이 2 이상인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n & (a_n \geq 1) \\ \frac{1}{2}(a_n + a_1) & (a_n < 1) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $a_5 + 2a_6 = 2$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은?

[4점]

- ① $\frac{92}{5}$ ② $\frac{94}{5}$ ③ $\frac{96}{5}$ ④ $\frac{98}{5}$ ⑤ 20

단답형

22. 방정식 $(\sqrt{3})^{x-2} = 27$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.

[3점]

23. 반지름의 길이가 8이고 넓이가 28π 인 부채꼴의 호의 길이가 $a\pi$ 일 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$$

일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. $\log_{|a|}(-a^2 - 4a + 21)$ 이 정의되도록 하는 정수 a 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 첫째항이 1이고 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

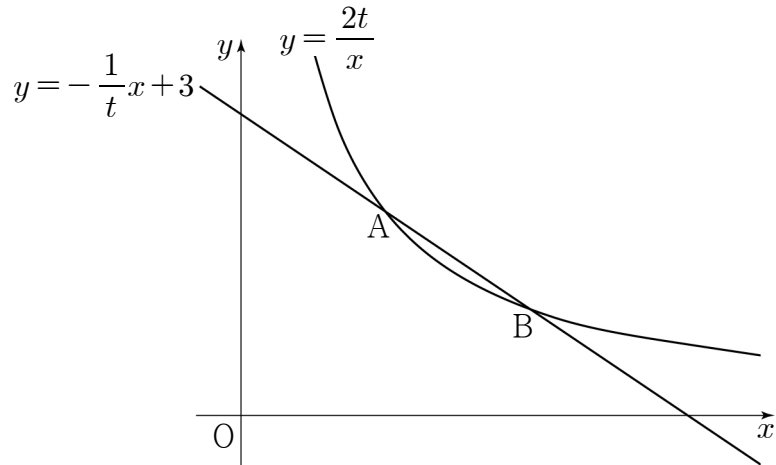
$$\sum_{k=1}^{n-1} (\sqrt{a_k} - \sqrt{a_{k+1}}) = \frac{n-1}{n}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 실수 $t (t > 1)$ 에 대하여 곡선 $y = \frac{2t}{x}$ 와 직선 $y = -\frac{1}{t}x + 3$ 이

만나는 두 점을 A, B라 하자. $\lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{\overline{OB} - \overline{OA}}{t-1} = k$ 라 할 때,

$30 \times k^2$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 점 B의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 크다.) [4점]



28. 공차가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 어떤 자연수 k 에 대하여

$$a_k + a_{k+1} + a_{k+2} = 21, \quad S_{k+4} = 11$$

이 성립할 때, a_{k+6} 의 값을 구하시오. [4점]

29. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식

$$\left(\sin x - \frac{1}{4}k\right)\left(\sin x + \frac{1}{4}k^2 - \frac{3}{4}k\right) = 0$$

의 서로 다른 해의 개수가 2가 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

30. 두 양수 a, b 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 집합 $\{x \mid x \neq -a, x \text{는 실수}\}$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{bx}{x+a} & (x < -a, -a < x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

실수 t 에 대하여 함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라 할 때, 함수 $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 임의의 두 양수 t_1, t_2 에 대하여

$$t_1 < t_2 \text{이면 } h(t_1) \geq h(t_2) \text{이다.}$$

(나) 함수 $h(t)$ 는 $t=0, t=\alpha, t=\beta (0 < \alpha < \beta)$ 에서만 불연속이며 $h(0)=\alpha, h(\alpha)=\beta-1$ 이다.

$f(a-b)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.